Аликвотные дроби.

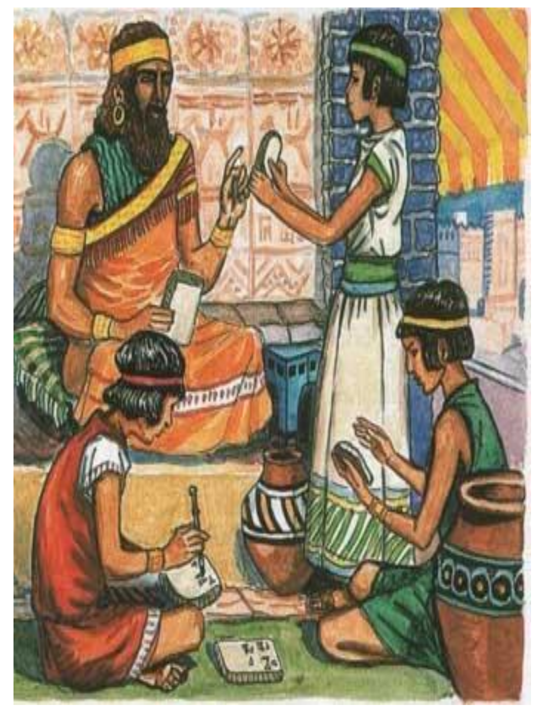
Родионова Елена Юрьевна.

Г А О У М О « Л Н И П »
КОРОЛЁВ 2023г.

«Без знания дробей никто не может признаваться знающим арифметику!»

- *Цицерон*

Потребность в нахождении долей единицы появилась у наших предков при дележе добычи после охоты.



Что такое аликвотные дроби?

- *Дроби вида 1/n, где числитель 1, а n – натуральное число – называют* ***аликвотными****!*
- *(от латинского* ***aliguot****- «несколько»)*

$$\boxed{\frac{1}{n}}$$

Египетская дробь

.

- ***Египетская дробь*** *— в математике сумма нескольких аликвотных дробей. В Древнем Египте математики считали «настоящими» только аликвотные дроби. Поэтому каждую дробь стремились представить в виде суммы аликвотных дробей, причём с разными знаменателями.*

$$\boxed{\frac{3}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}$$

Все дробные числа записывались в виде аликвотных (единичных) дробей:

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{11} = \frac{1}{6} + \frac{1}{66}$$

$$\frac{2}{7} = \frac{1}{6} + \frac{1}{14} + \frac{1}{21}$$

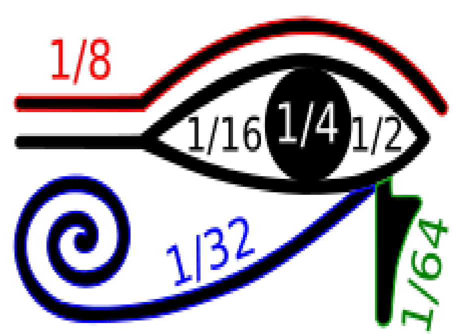
$$\frac{2}{13} = \frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}$$

8/15 = 1/3 + 1/5;
1/2 = 1/3 + 1/6,
1/4 = 1/5 + 1/20.

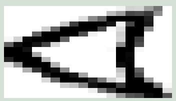
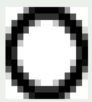
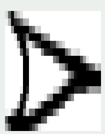
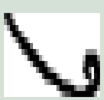
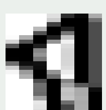
Глаз Хора

Аликвотные дроби появились раньше других дробей. Египтяне использовали иероглиф «Глаз Хора», как единицу для измерения ёмкостей и объемов, которая представляла собой дробь, представленная в виде суммы дробей:

63/64=1/2+1/4+1/8+1/16+1/32+1/64



Дроби в Древнем Египте

Иероглиф	Значение	Примерная величина
	большая часть глаза	1/2
	зрачок	1/4
	бровь	1/8
	меньшая часть глаза	1/16
	капля слезы	1/32
	глаз сокола	1/64

Древнеегипетская задача:

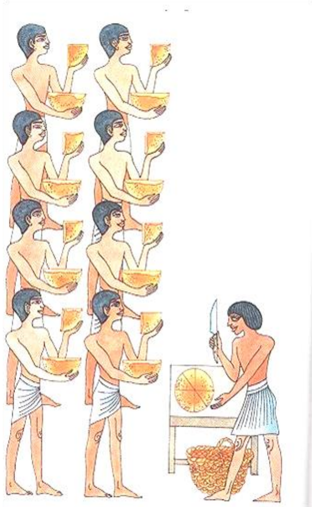
- Рассмотрим такую задачу:

«Разделить 7 хлебов между 8 людьми».

Если разрезать каждый хлеб на 8 частей, придется произвести 49 разрезов.

Египтяне производили всего 17 разрезов.

?



Разделить 7 хлебов между 8 людьми.

РЕШЕНИЕ:

$$7 : 8 = \frac{7}{8}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

Как представить дробь в виде суммы аликвотных дробей?

- *Формула разложения:*

$$\boxed{\frac{1}{n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n\bullet(n+1)}}$$

- *Пример 1:* $$\frac{1}{3}=\frac{1}{3+1}+\frac{1}{3\bullet(3+1)}=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}$$

- *Пример 2:* $$\frac{1}{5}=\frac{1}{5+1}+\frac{1}{5\bullet(5+1)}=\frac{1}{6}+\frac{1}{30}$$

Разложить в виде **разности** двух аликвотных дробей можно по формуле:

$$1/n(n+1) = 1/n - 1/(n+1)$$

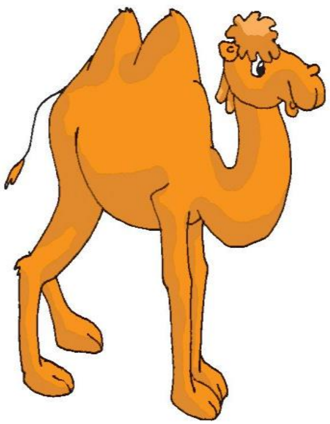
Задача.

- *Завещано 17 верблюдов:*
- *1/2 – старшему, 1/3 – среднему,*
  1/9 – младшему.
- *Сколько верблюдов досталось каждому?*

?

Решение:

- 1) 17+1=18 (верблюдов) стало
- 2) 18Х1/2=9 (верблюдов) – старшему
- 3) 18Х1/3=6 (верблюдов) – среднему
- 4) 18Х1/9=2 (верблюда) – младшему
- 5) 18-(9+6+2)=1 (верблюд) – вернули



Задача.

- Понадобилось как-то распределить 7 одинаковых прямоугольных пластинок равными долями между 12 деталями. Принесли эти 7 пластинок разметчику и попросили его, если можно, разметить пластинки так, чтобы не пришлось дробить ни одной из них на очень мелкие части. Простейшее решение – резать каждую пластинку на 12 равных частей – не годилось, так как при этом получалось много мелких долей. Как же быть? Возможно ли деление данных пластинок на более крупные доли? Разметчик подумал, произвел какие-то арифметические расчеты с дробями и нашел все-таки самый экономный способ деления данных пластинок. Впоследствии он легко дробил 5 пластинок для распределения их равными долями между шестью деталями, 13 пластинок для 36 деталей, 26 для 21
- и т. п.

Решение:

Оказывается, разметчик представил дробь 7\12 в виде суммы единичных дробей 1\3 + 1\4. Значит, если из 7 данных пластинок 4 разрезать на три равные части каждую, то получим 12 третей, то есть по одной трети для каждой детали. Остальные 3 пластинки разрежем 4 равные части каждую, получим 12 четвертей, то есть по одной четверти для каждой детали.

Аналогично, используя представления дробей в виде суммы единичных дробей

5\6=1\2+1\3;

13\36=1\4+1\9 и т.д.

Задача.

Найди сумму

1/2+1/(2*3)+1/(3*4)+1/(4*5)+…….+

+1/(19*20) =????

Решение

½=1/(1*2) =1/1 –1/2

1/6=1/(2*3)=1/2–1/3

1/12=1/(3*4)=1/3–1/4

1/20=1/(4*5) =1/4–1/5 и т.д.

Подставив, уже разложенные выражения в наш пример, получаем:

1/1–1/2+1/2–1/3+1/3–1/4+1/4–1/5……..–1/19+1/19–1/20=1/1–1/20=19/20 .

- *Человек подобен дроби: числитель – это он сам, а знаменатель то, что он сам о себе думает. Чем больше знаменатель, тем меньше дробь.*

- *Л.Н.Толстой*